

السؤال الأول: (15+25+10=50 درجة)

(5 درجات)

(I). تعريف المصفوفة المتناظرة عكسياً

(5 درجات)

عناصر القطر الرئيسي في المصفوفة المتناظرة عكسياً أصفار + برهان ذلك

(5 درجات)

المثال (مصفوفة متناظرة عكسياً من المرتبة الرابعة)

(5 درجات)

(II). تعريف المصفوفة القابلة للقلب

(5 درجات)

(1). البرهان على أن $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

(5 درجات)

(2). $|2C^{-1}| = -64 \Rightarrow 2^4 |C^{-1}| = -64 \Rightarrow |C^{-1}| = \frac{-64}{32} = -2 \Rightarrow |C| = -\frac{1}{2}$

(5 درجات)

إيجاد أن $|2C^2| = 2^5 (|C|)^2 = 8$

(5 درجات)

إيجاد أن $|C^{-3}| = (|C^{-1}|)^3 = -8$

(10 درجات)

(III). تحديد إشارة الجداء $a_{31} \cdot a_{55} \cdot a_{13} \cdot a_{42} \cdot a_{24}$ بأنها موجبة

السؤال الثاني: (10+25+15=50 درجة)

(I). لا يمكن أن تكون العلاقة $2v + 3u = 0$ صحيحة من أجل الشعاعين المستقلين خطياً v, u لأنها لو كانت

(10 درجات)

صحيحة لاستنتاجنا منها أن الشعاعين v, u متناسبان، أي أنهما مرشطان خطياً(II). الجملة A_1 ليست قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 3 لأن عدد أشعتها أقل

(5 درجات)

من قياس هذا الفضاء والذي يساوي 4

الجملة A_2 ليست قاعدة لفضاء كل كثيرات الحدود التي درجة كل منها أصغر أو يساوي 3 لأن أشعتها مرشطة خطياً

(10 درجات)

(مطلوب إثبات ذلك)

(III). إن المجموعة $W_1 = \{A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} ; a=0\}$ فضاء جزئي في الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ لأن:

$$1). \forall A_1 = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \in W_1 ; a_1=0, a_2=0 \Rightarrow A_1 + A_2 = \begin{bmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ c_1+c_2 & d_1+d_2 \end{bmatrix} \in W_1$$

(10 درجات)

ونك لأن $a_1 + a_2 = 0$

$$2). \forall \alpha \in R, \forall A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in W_1 ; a=0 \Rightarrow \alpha A = \begin{bmatrix} \alpha a & \alpha b \\ \alpha c & \alpha d \end{bmatrix} \in W_1$$

ونك لأن $\alpha \cdot a = 0$ أما المجموعتان W_2, W_3 فليستا فضاءات جزئية في الفضاء الشعاعي $M_2(R)$ (مطلوب إثبات عدم تحقق أحد

(10=5+5 درجات)

شرطي الفضاء الشعاعي الجزئي من أجل كل من هاتين المجموعتين)

(5 درجات)

إن جملة الأشعة $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ قاعدة للفضاء الجزئي W_1

د. عتات، نعم